

1. ເປັນພລເຄລຍ (ເລືອກຫົວໜ່ວຍເປີດໄດ້ ກີ່ໄດ້)
2. ເປັນພລເຄລຍ (ເລືອກຫົວໜ່ວຍເປີດໄດ້ ທີ່ເປັນສັບເຊື່ອ  
ຂອງ  $(-1, 3)$ )
3. ໄນເປັນພລເຄລຍ ເພຣະພັງກົນຫາຄ່າໄດ້ເຂົາພາກທີ່  
ຈຸດ  $x = 1$  ເພີ່ງຈຸດເດືອນ
4. ເປັນພລເຄລຍ (ເລືອກຫົວໜ່ວຍເປີດໄດ້ ກີ່ໄດ້)
5. ເປັນພລເຄລຍ (ເລືອກຫົວໜ່ວຍເປີດທາງຂວາຂອງສູນຍົງ)
6. ເປັນພລເຄລຍ (ເລືອກຫົວໜ່ວຍເປີດໄດ້ ກີ່ໄດ້ທີ່ມີ 1 ອູ້)
7. ໄນເປັນພລເຄລຍ ເພຣະພັງກົນໄມ້ນິຍາມບນ່ວງ  
ເປີດທີ່ມີ 3 ອູ້)
8. ໄນເປັນພລເຄລຍ ເພຣະພັງກົນຫາຄ່າໄດ້ເຂົາພາກທີ່  
ຈຸດ  $x = 1$  ເພີ່ງຈຸດເດືອນ
9. ເປັນພລເຄລຍ (ເລືອກຫົວໜ່ວຍເປີດໄດ້ ກີ່ໄດ້ທີ່ມີ 0 ອູ້)
10. ໄນເປັນພລເຄລຍ ເພຣະ  $y' = 0.5x$  ໃນຂະໜາດ  
 $\sqrt{y} = 0.5|x|$  ສິ່ງໄມ້ທາງຈະເທົກກັບນ່ວງເປີດ  
ທີ່ມີ 0 ອູ້ດ້ວຍ
11. ສຽງຈາກທຸກໆນີ້ທີ່ໄດ້ ວ່າມີພລເຄລຍຫຼືໄໝ່  
ເພຣະ  $\sqrt{xy}$  ໄນຕ່ອນເນື່ອງຮອບໆ  $(0, 0)$  (ແຕ່ຈະພວນ  
ວ່າ ບັນຫານີ້ມີ  $y = 0$ ,  $y = \frac{1}{9}x^3$  ແລະພັງກົນ  
ອື່ນໆ ອີກາມກາ ເປັນພລເຄລຍ)
12. ສຽງຈາກທຸກໆນີ້ທີ່ໄດ້ ວ່າມີພລເຄລຍຫຼືໄໝ່  
ເພຣະ  $\sqrt{x(y^2 + 0.1)}$  ໄນຕ່ອນເນື່ອງຮອບໆ  $(0, 0)$
13. ສຽງຈາກທຸກໆນີ້ທີ່ໄດ້ວ່າ ມີພລເຄລຍ ແລະມີເພີ່ງ  
ພລເຄລຍເດືອນ
14. ສຽງຈາກທຸກໆນີ້ທີ່ໄດ້ວ່າ ມີພລເຄລຍ ແຕ່ໄໝ່  
ສາມາດສຽບໄດ້ວ່າ ມີເພີ່ງພລເຄລຍເດືອນຫຼືໄໝ່  
ເພຣະ  $\frac{\partial}{\partial y} \sqrt{|xy|}$  ໄນຕ່ອນເນື່ອງທີ່  $y = 0$
15. ສຽງຈາກທຸກໆນີ້ທີ່ໄດ້ວ່າ ມີພລເຄລຍ ແຕ່ໄໝ່  
ສາມາດສຽບໄດ້ວ່າ ມີເພີ່ງພລເຄລຍເດືອນຫຼືໄໝ່  
ເພຣະ  $\frac{\partial}{\partial y} \sqrt{x^2y^2}$  ໄນຕ່ອນເນື່ອງທີ່  $y = 0$
16. [3]  $\sin x \cos 2y - \frac{1}{2} \sin^2 x = C$
17. [4]  $y\sqrt{1-x^2} = x + C$
18. [1]  $x^2 + 3x + y^2 - 2y = C$
19. [3]  $2x^2y + x^2 - y^2 = C$
20. [4]  $x^3 + x^2y = C$
21. [2]  $x^3 - x^2y + 2x + 2y^3 + 3y = C$
22. [3]  $3x^2y + y^3 = Ce^{-3x}$
23. [6]  $2x^3y + x^2y^2 = C$
24. [7]  $xy + y^2 = Cx^3$
25. [2]  $3x^3 + xy - x - 2y^2 + C = 0$
26. [2]  $e^x \sin y + 2y \cos x = C$
27. [1]  $\ln |y| = x - 2 \ln(1 + e^x) + C$
28. [1]  $\int \frac{x dx}{x + \ln x} + \int \frac{y dy}{y + \ln y} = C$
29. [2]  $x^3 + 3xy + 3e^y = C$
30. [3]  $x^2 - 2y = Ce^{2y}$
31. [1]  $x + \ln |x| + \frac{1}{x} + y - 2 \ln |y| = C$
32. [6]  $y^2 = -2(1+x) + C(1+x)^2$
33. [4]  $x = ye^y + Ce^y$
34. [7]  $2 \arctan \frac{y}{x} - \ln(x^2 + y^2) = C$
35. [7]  $2x^4 + 4x^3y = C(x^2 + 4xy + 2y^2)$
36. [2]  $x^2y^2 + 2xy = C$
37. [2]  $\frac{x^2}{y} - \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = C$
38. [4]  $(\ln x - 2)y = -3x^2 + C$
39. [-] (ເກີນຂອບເຂດທີ່ເຮັດວຽກ)
40. [8]  $(x+y+4)(4x+y+13)^2 = C$
41. [8]  $x-y-3 = C(x+y+1)^3$
42. [1]  $x^3 - y^3 - 3y + C = 0$
43. [6]  $x^2 + y^2 = Cx^3$
44. [7]  $y = x \tan(\ln |x| + C)$
45. [8]  $\ln(x+y-3) + \frac{2x-4}{x+y-3} = C$
46. [1]  $2(e^x + e^y) = x^2 - y^2 + C$
47. [1]  $y = -\ln(Ce^{-\frac{1}{2}x^2} - 1)$
48. [7]  $y-x = C(y+x)^3$
49. [7]  $(3x+y) = C(x-y)$

50. [7]  $x + y = Ce^{-2x/(x-y)}$
51. [7]  $y = x \ln|x| + Cx$
52. [1]  $(1+y)e^{-y} = (1-x)e^{-x} + C$
53. [1]  $y + \ln|y| = \ln|\sec x| + C$
54. [4]  $y = e^{-x}(C + \ln(1+e^x))$
55. [2]  $x^2y + xy^2 + x = C$
56. [2]  $x^2 + xy - 3y - y^3 = C$
57. [2]  $x^2y + x + y^2 = C$
58. [7]  $y + \sqrt{x^2 + y^2} = Cx^2$
59. [2]  $x^3 - 2xy - xy^3 = C$
60. [3]  $x^3y^2 + xy^3 = C$
61. [6]  $x^2 - y^2 + 1 = Ce^{y^2}$
62. [-] (เกินขอบเขตที่เรียนมา)
63. [1]  $y^3 + 3y = x^3 - 3x + C$
64. [4]  $5x^2y - x^5 = C$
65. [4]  $xy^2 = \ln|y| + C$
66. [4]  $y = -e^{2x} + Ce^{3x}$
67. [1]  $\sin y = C \csc^2 x$
68. [1]  $1 + y^2 = C \left| \frac{x}{1+x} \right|$
69. [1]  $y = Cx^2$
70. [4]  $xy = \sin y - y \cos y + C$
71. [3]  $e^x \sin y + y^2 = C$
72. [1]  $y = Cxe^x$
73. [4]  $xy = 1 + Ce^{-x}$
74. [4]  $x^2y + \cos x = C$
75. [5]  $x \tan y = \frac{1}{2}x^2 + C$
76. [6]  $\frac{x}{y} = \ln x + C$
77. [6]  $x^4y^2 \left( -\frac{2}{5x^5} + C \right) = 1$
78. [7]  $2\sqrt{\frac{y}{x}} = \ln|x| + C$
79. [3]  $2xy^3 - 3y = Cx$
80. [6]  $\frac{1}{xy} = C - \int \frac{e^{2x}}{x^2} dx$
81. [1]  $y = \sin(\ln|x| + C)$
82. [7]  $(C + \ln x)e^{y/x} = -1$
83. [1]  $y^2 = 2x - 2 \arctan x + C$
84. [1]  $3y^2 - 2x^3 = C$
85. [1]  $y = -\frac{1}{\cos x + C}$
86. [1]  $y^2 e^{y^2 - 2x^2} = C$
87. [1]  $y = \tan\left(\frac{1}{2}x^2 + x + C\right)$
88. [4]  $y = e^{2x} + 1 + Ce^x$
89. [1]  $e^x + e^{-y} = C$
90. [4]  $xe^{2y} = \ln|y| + C$
91. [1] มีผลเฉลยเดียวคือ  $y = 2 - e^{-x}$
92. [2] มีผลเฉลยเดียวคือ  $y = \frac{x^2}{1+x \ln x}$
93. [3] มีผลเฉลยเดียวคือ  $y = -x^2$
94. [4] มีผลเฉลยเดียวคือ  $y = -x^{-2} \cos x$
95. [1] มีผลเฉลยเดียวคือ  $y = \pi$
96. [4] มีผลเฉลยเดียวคือ  $y = e^{2x} - 2e^x + 1$
97. [6] มีมากกว่าหนึ่งผลเฉลย เช่น  $y = -2x$  และ  $y = 0$
98. [4] มีผลเฉลยเดียวคือ  $y = -\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$
99. [4] ไม่มีผลเฉลย ( $y = -\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$  ไม่ใช่ผลเฉลย เพราะหากค่าไม่ได้มีเมื่อ  $x > 1$ )
100. [1]  $y = 0$
- หมายเหตุ**
- (1) เฉลยแบบฝึกหัดชุดนี้อาจมีที่ผิด หากพบกรุณาแจ้งอาจารย์ผู้สอนเพื่อแก้ไขให้ถูกต้อง
  - (2) แบบฝึกหัดชุดนี้ไม่ครอบคลุมทั่วช้อการประยุกต์ สมการเชิงอนุพันธ์ กรุณารับฟังและฝึกทำแบบฝึกหัดในหนังสือ ด้วยตนเอง
  - (3) ตัวเลขในวงเล็บ [ ] คือวิธีที่อาจใช้เพื่อแก้สมการได้ (ตามเอกสารประกอบการสอน หน้า 11, 12) ทั้งนี้อาจมีวิธีอื่นอีกด้วย